

12. CUERPOS EN EL ESPACIO.

1. ELEMENTOS BÁSICOS:

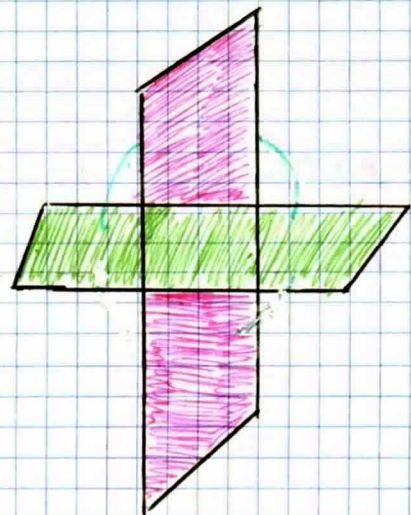
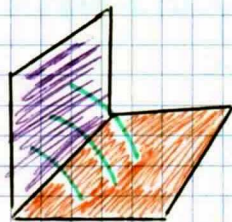
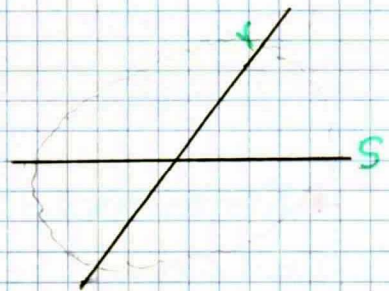
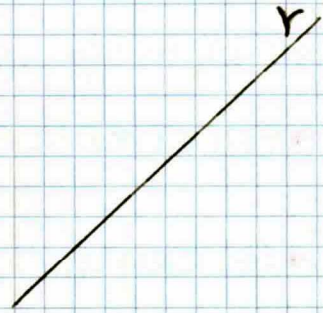
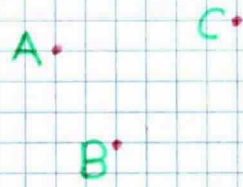
→ **PUNTO**: Elemento indivisible del espacio. No tiene dimensión. Le da una posición. Se representan con letras mayúsculas.

→ **RECTA**: Conjunto de puntos que completan una dirección del espacio. Tiene 1 dimensión. Sólo hay longitudes. Se representan con letras minúsculas.

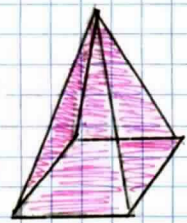
→ **PLANO**: Conjunto de puntos que viene definido por dos rectas que se cortan. Tiene dimensión 2. Hay superficies. Se representan por letras griegas.

→ **DIEDRO**: Porción del espacio comprendida entre dos semiplanos limitados por la misma recta. Dos planos que se cortan forman 4 diedros.

→ **ÁNGULO DIEDRO**: El ángulo que forman las dos caras de un diedro.



→ ÁNGULO POLIEDRO: Es la suma de los ángulos que forman tres o más diedros. Con un vértice común.

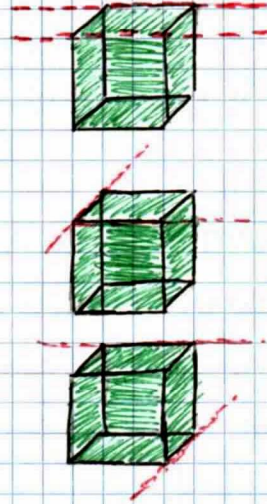


POSICIONES DE DOS RECTAS EN EL ESPACIO:

→ PARALELAS: No se cortan y están en el mismo plano.

→ SECANTES: Se cortan.

→ SE CRUZAN: No se cortan y están en distintos planos.

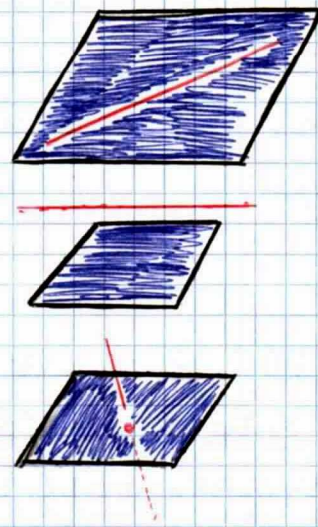


POSICIONES DE RECTA Y PLANO.

→ Recta contenida en plano: Dentro del plano.

→ RECTA PARALELA: No corta el plano.

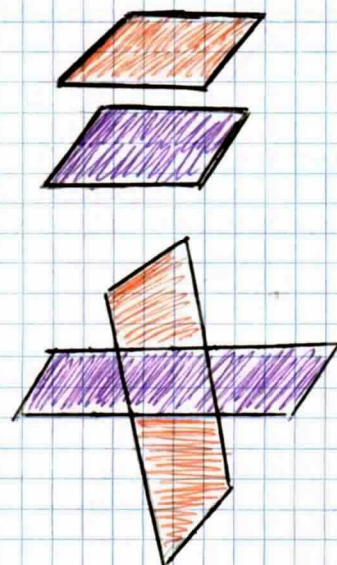
→ RECTA SECANTE: Corta en un punto.



POSICIONES DE DOS PLANOS EN EL ESPACIO:

→ PARALELOS: No se cortan.

→ SECANTES: Se cortan.

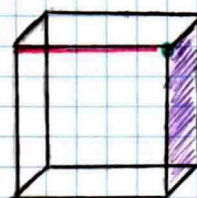


2. POLIEDROS Es un cuerpo limitado por polígonos.

→ CARA: Polígonos que lo limitan.

→ ARISTA: Intersección de dos caras.

→ VÉRTICE: Intersección de aristas.



■ Vértice
■ Cara
■ Aristas

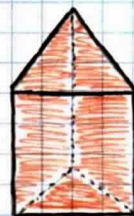
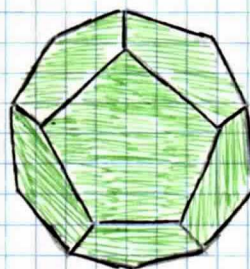
CLASIFICACIÓN:

→ REGULAR: Todas las caras son polígonos irregulares iguales y vértices del mismo orden.

→ CONVEXO: Si los ángulos diedros son menores de 180° .

→ CONCAVO: Si alguno es mayor de 180° .

→ IRREGULAR: Aquel que no es regular.



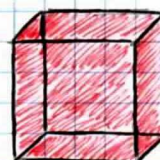
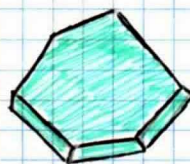
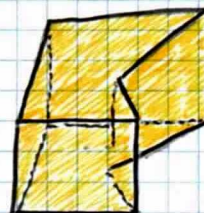
2.3. TEOREMA DE EULER

En un poliedro se cumple que:

$$C + V = A + 2$$

$$6 + 8 = 12 + 2$$

$$4 + 4 = 6 + 2 = \boxed{8}$$



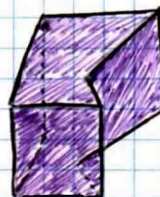
9. 243. Clasifica los siguientes poliedros:

a) Irregular, convexo

b) Regular convexo

c) Irregular, concavo.

B

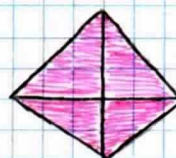


10. 243. Dibuja un tetraedro y comprueba el teorema de Euler en él.

$$C + V = A + 2$$

$$4 + 4 = 6 + 2 = \underline{\underline{8}}$$

B



4.241. Dada la recta r generada por la arista EH del ortoedro.

a) ¿Qué aristas cortan a la recta r ?

AE, FE, GH, DH

b) ¿Qué aristas son paralelas a la recta r ?

F-G

A-D

B-C

c) ¿Qué aristas se cruzan con la recta r ?

CG, BF, BA, CD

d) ¿Qué caras prolongadas contienen a la recta r ?

AEDH y EFGH

e) ¿Qué caras prolongadas son paralelas a la recta r ?

ADCB y BCGF

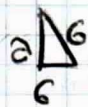
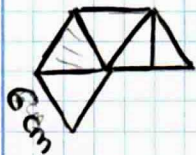
f) ¿Qué caras prolongadas son secantes con la recta r ?

AEFB y HDEG

g) ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos diedros?

90°

13.243. Dibuja el desarrollo plano de un tetraedro de 6 cm de arista. Describe el desarrollo y calcula su área.



$$a = h^2 = a^2 + b^2$$

$$6^2 = 3^2 + x^2$$

$$36 = 9 + x^2$$

$$36 - 9 = x^2$$

$$27 = x^2$$

$$x = \sqrt{27} = 5.2$$

$$S = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$S = \frac{6 \cdot 5.2}{2} = \frac{31.2}{2} =$$

$$= 15.6 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área} = 15.6 \cdot 4 = 62.4 \text{ cm}^2$$

3. PRISMA Y CILINDROS:

→ **PRISMA**: Poliedro con dos bases de polígonos paralelos e iguales. Y caras laterales paralelogramos.

→ **PRISMA RECTO**: Caras laterales son rectángulos.

→ **PRISMA OBLICUO**: Caras laterales son paralelogramos.

SEGÚN LA BASE SE CLASIFICAN EN:

Triángulos, rectangulares, pentagonales.....

→ **PARALELEPIPEDOS**: Es un prisma cuyas bases son paralelogramos.

→ **ORTOEDRO**: Todas sus caras son rectángulos.

DIAGONAL DE UN ORTOEDRO:

Sea el ortoedro de aristas: a , b y c .

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

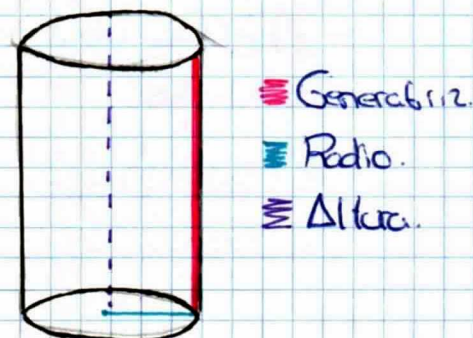
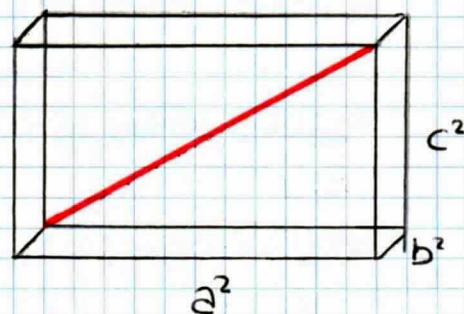
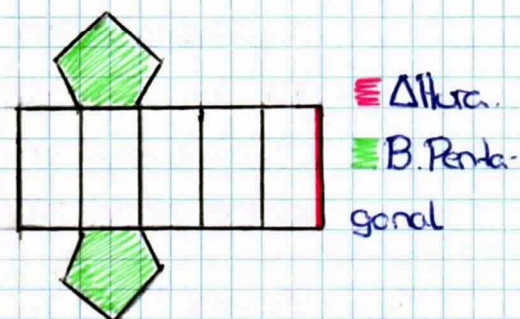
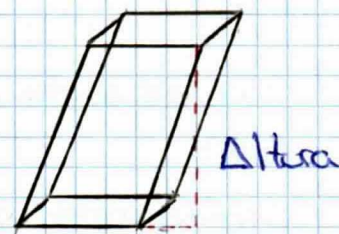
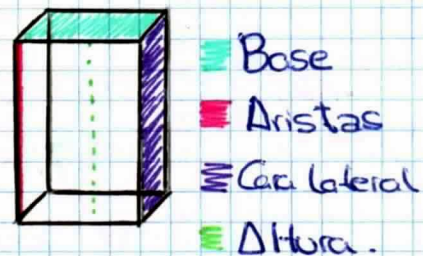
→ **CILINDRO**: Cuerpo redondo el que tiene alguna cara curva.

→ **CILINDRO RECTO**: Es un cuerpo de revolución que se obtiene por la rotación de un rectángulo alrededor de uno de sus lados.

→ **ALTURA**: Distancia entre sus bases.

→ **GENERATRIZ**: Segmento que genera el cilindro.

→ **RADIO**: El de la base.



36.248. Clasifica los siguientes poliedros:

B

- a) Regular, convexo.
- b) Irregular, convexo.
- c) Irregular, cóncavo.

32.248. Dado el plano π que contiene la cara BCFE del siguiente prisma:

a) ¿Qué aristas están contenidas en el plano π ?

CF, CB, BE, FE

b) ¿Qué aristas son paralelas al plano π ?

AD

c) ¿Qué aristas cortan al plano π ?

AC, DE, DF, AB.

d) ¿Qué caras son paralelas al plano π ?

No, hay ninguna.

e) ¿Qué caras cortan al plano π ?

ADBE, ADFC, DFE, ACB.

31.248. Dada la recta r generada por la arista AD del siguiente tetraedro:

a) ¿Qué aristas cortan a la recta r ?

AB, CD, AC, DB.

b) ¿Qué aristas son paralelas a la recta r ?

No, hay paralelas.

c) ¿Qué aristas se cruzan con la recta r ?

BC

d) ¿Qué caras prolongadas contienen a la recta r ?

ABD, ACD.

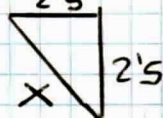
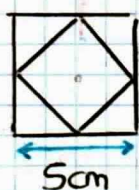
e) ¿Qué caras prolongadas son paralelas a la recta r ?

No, hay paralelas.

f) ¿Qué caras prolongadas son secantes con la recta r ?

BCD, ABC.

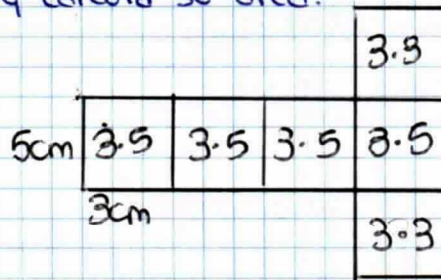
41.248. Dibuja un cubo que tenga 3 cm de arista y su desarrollo plano y calcula su área:



$$x^2 = 2'5^2 + 2'5^2, x^2 = 6'25 + 6'25 = 12'5, x = \sqrt{12'5} = 3'6$$

16.245. Dibuja el desarrollo plano de un prisma recto cuadrangular en el que la arista de la base mide 3 cm, y la altura 5 cm. Describe el desarrollo y calcula su área.

B

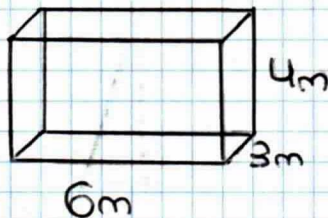


$$\Delta = 2 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 \cdot 5 = \Delta = 2 \cdot 9 + 4 \cdot 3 \cdot 5 = 18 + 12 \cdot 5 = 18 + 60 =$$

$$\Delta = 78 \text{ cm}^2$$

17.245. Dibuja un ortoedro cuyas dimensiones sean 6 cm, 3 m y 4 m, y dibuja una diagonal. Calcula la longitud de dicha diagonal.

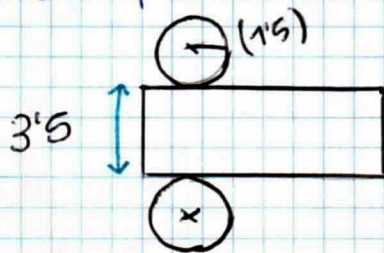
B



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 = d^2 = 6^2 + 4^2 + 3^2 =$$

$$36 + 16 + 9 = d = 61 = \sqrt{61} = 7'8$$

18.245. Dibuja el desarrollo plano de un cilindro recto en el que el radio de la base mide 1'5 cm y la altura, 3'5 cm. Describe el desarrollo y calcula su área.



$$S = 3'14 \cdot 1'5^2 = 3'14 \cdot 2'25 = 7'06 \text{ cm}^2$$

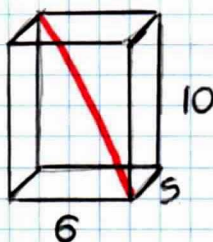
$$\Delta = 7'06 + 7'06 + 32'97 = 47'09 \text{ cm}^2$$

$$\rightarrow L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3'14 \cdot 1'5 = 9'42$$

$$S = 9'42 \cdot 3'5 = 32'97 \text{ cm}^2$$

19.245. Las dimensiones de una caja son 10 cm, 5 cm y 6 cm. Calcula si un lápiz de 12'5 cm cabe en su interior.

B



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2 = d^2 = 10^2 + 6^2 + 5^2 =$$

$$100 + 36 + 25 = d = 161 = \sqrt{161} = 12'68$$

Si cabe el lápiz porque $12'6 > 12'5$.

4. PIRÁMIDES Y CONOS:

→ **PIRÁMIDE:** Poliedro que tiene de base un polígono cualquiera. Y las caras laterales son triángulos con un punto común llamado vértice.

→ **PIRÁMIDE RECTA:** Las caras laterales son triángulos isósceles.

→ **PIRÁMIDE REGULAR:** Si es recta y su base es un polígono regular.

→ **ALTURA:** Distancia del vértice a la base.

→ **APOTEMA DE LA PIRÁMIDE:** Es la altura del triángulo de su cara lateral.

Se da esta relación:

$$a_p^2 = a_b^2 + h^2$$

a_p = Apotema de la pirámide.

a_b = Apotema de la base.

h = Altura pirámide

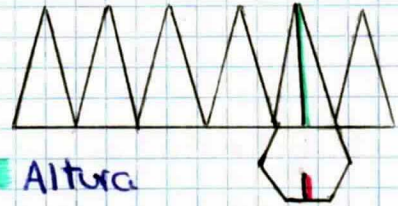
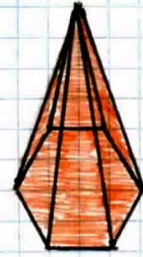
→ **CONO:** Cono recto es el cuerpo de revolución que se obtiene rotando un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.

ELEMENTOS DEL CONO:

→ **ALTURA:** Distancia del vértice a la base. (H)

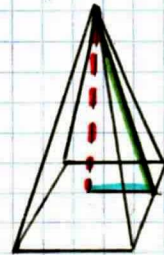
→ **RADIO DE LA BASE:** Radio del círculo (R)

→ **GENERATRIZ:** El segmento que genera el cono. (G)



■ Altura

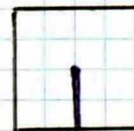
■ Apotema de la base



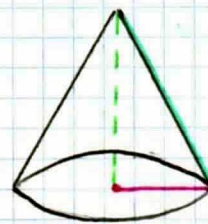
■ Altura.

■ Apotema de la Pirámide.

■ Radio



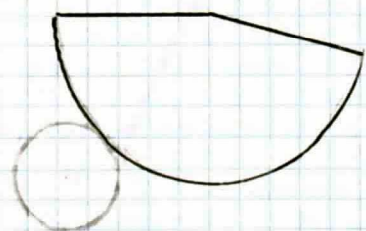
■ Apotema de la Base.



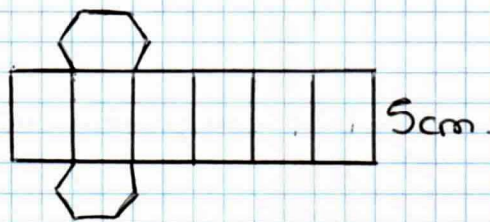
■ Radio de la Base.

■ Generatriz

■ Altura.



44.248. Dibuja el desarrollo plano de un prisma recto hexagonal en el que la arista de la base mide 2 cm y la altura 5 cm. Describe el desarrollo y calcula su área.

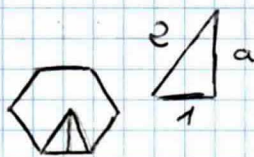


Das bases hexagonales
y 6 caras laterales
rectangulares.

$$S = b \cdot a = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}^2, 10 \cdot 6 = 60 \text{ cm}^2.$$

$$S = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{12 \text{ cm} \cdot 1'73}{2} = \frac{20'76}{2} = 10'38 \text{ cm}^2.$$

$$\Delta t = \Delta_B + \Delta_L = 2 \cdot 10'38 + 60 = 80'76 \text{ cm}^2.$$



$$2^2 = 1^2 + a^2$$

$$4 = 1 + a^2$$

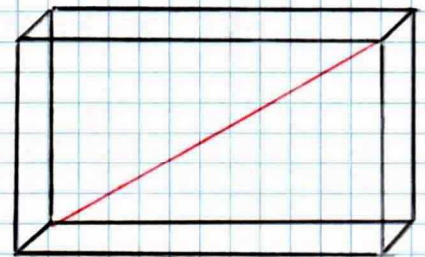
$$4 - 1 = a^2, 3 = a^2$$

$$a = \sqrt{3} = 1'73 \text{ cm}$$

45.248. Las dimensiones de una caja de zapatos son, 40 cm, 20 cm, y 15 cm. Calcula la longitud de su diagonal.

$$d = 40^2 + 20^2 + 15^2 =$$

$$2225; d = \sqrt{2225} = 47'16 \text{ cm}.$$



46.248. Dibuja el desarrollo plano de un cilindro recto en el que el radio de la base mida 2 cm y la altura 5 cm. Describe el desarrollo y calcula su área.

$$\Delta_T = \Delta_B + \Delta_L =$$

$$\Delta_L = S = b \cdot a = 12'56.$$

$$\text{Perímetro de la base: } 12'56 \cdot 5 = 62'8 \text{ cm}^2.$$

$$L = 2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot 3'14 \cdot 2 = 12'56 \text{ m}$$

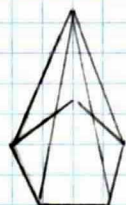
$$S = \pi \cdot 2^2 = \pi \cdot 2^2 = 4 \cdot \pi = 4 \cdot 3'14 = 12'56$$

$$A_t = \Delta_B + \Delta_L = 2 \cdot 12'56 + 12'56 \cdot 5 = 87'92 \text{ cm}^2$$

$$G^2 = H^2 + R^2$$

La generatriz al cuadrado es igual a la suma de la altura al cuadrado más el radio al cuadrado.

21.247. Dibuja una pirámide pentagonal y comprueba en ella el Teorema de Euler.

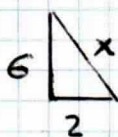
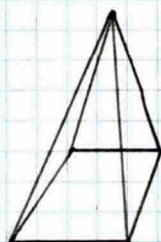


$$C + V = \Delta + 2$$

$$6 + 6 = \Delta + 2; 6 + 6 = 10 + 2; 12 = 12$$

B

23.247. Dibuja una pirámide recta cuadrangular en la que la arista de la base mida 4 cm y la altura 6 cm. Calcula su apotema.

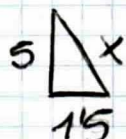
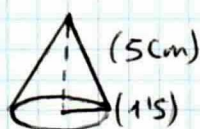


$$h^2 = a^2 + b^2$$

$$h^2 = 2^2 + 6^2; h^2 = 4 + 36 = h^2$$

$$h = \sqrt{40} = 6'32 \text{ cm}$$

24.247. Dibuja un cono recto en el que el radio de la base mida 1'5 cm y la altura, 5 cm. Calcula su generatriz.



$$h^2 = a^2 + b^2$$

$$x^2 = 1'5^2 + 5^2$$

$$x^2 = 2'25 + 25$$

$$x^2 = 27'25; x = \sqrt{27'25} = x = 5'22$$

→ **TRONCO DE PIRÁMIDE**: Es el poliedro que resulta de cortar una pirámide por un plano paralelo a la base.

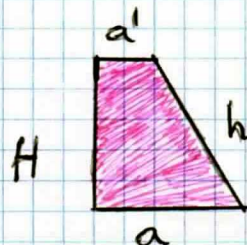
ELEMENTOS:

→ **ALTURA**: Distancia entre bases (H)

→ **APOTEMAS DE LAS BASES**: a y a'

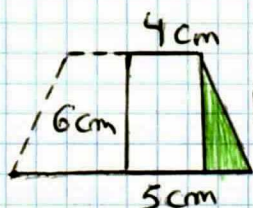
→ **APOTEMA DEL TRONCO**: Δ Altura

Circ lateral : h.



Ej: Calcula la apotema de un tronco recto cuadrangular de altura 6cm y aristas de sus bases: 8 cm y 10 cm.

$$h^2 = H^2 + (a - a')^2$$



$$\begin{aligned} h^2 &= 6^2 + 1^2 \\ h^2 &= 37 \\ h &= \sqrt{37} = 6.08 \text{ cm} \end{aligned}$$

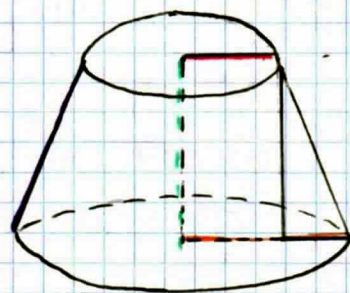
→ **TRONCO DE CONO**: Es el cuerpo que resulta de cortar un cono por un plano paralelo a la base.

ELEMENTOS:

→ **ALTURA**: Distancia entre bases.

→ **RADIOS DE BASES**: r y R

→ **GENERATRIZ**: Segmento que lo genera. (G)



$$G^2 = H^2 + (R - r)^2$$

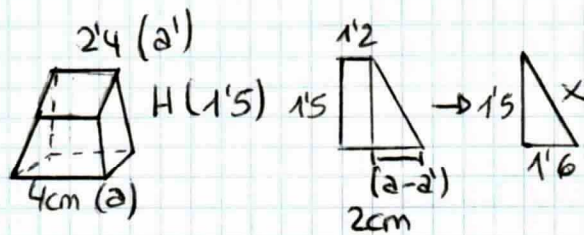
≡ Generatriz

≡ Altura.

≡ Radio Menor.

≡ Radio Mayor.

25.247. Dibuja un tronco de pirámide recta cuadrangular en el que la arista de la base mayor mida 4 cm; la arista de la base menor, 2'4, cm, y la altura, 1'5 cm. Halla su apotema.



$$\begin{aligned} X^2 &= 1'5^2 + 0'8^2 \\ X^2 &= 2'25 + 0'64 \\ X^2 &= 2'89; X = \sqrt{2'89} = 1'7 \\ a - a' &= 2 - 1'2 = 0'8 \text{ cm} \end{aligned}$$

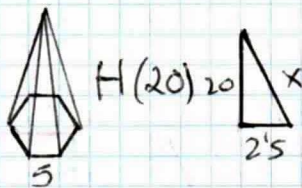
27.247. Dibuja un tronco de cono recto en el que el radio de la base mayor mida 3'5 m; el de la base menor, 2m, y la altura, 6 m. Halla su generatriz.

B

$$\begin{aligned} G^2 &= H^2 + (R - r)^2 \\ G^2 &= 6^2 + (3'5 - 2)^2 \\ G^2 &= 36 + (1'5)^2 \\ G^2 &= 36 + 2'25 = 38'25; G = \sqrt{38'25} = 6'19 \text{ m} \end{aligned}$$

50.248. Dibuja una pirámide regular hexagonal en la que la arista de la base mida 5 cm, y la altura, 20 cm. Calcula su apotema.

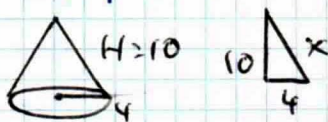
3



$$\begin{aligned} h^2 &= 4'3^2 + 20^2; h^2 = 418'74; h = \sqrt{418'74} = 20'46 \\ 5^2 &= 2'5^2 + a^2 \\ 25 &= 6'25 + a^2; 18'75 = a^2 \\ a &= \sqrt{18'75} = 4'3 \text{ cm} \end{aligned}$$

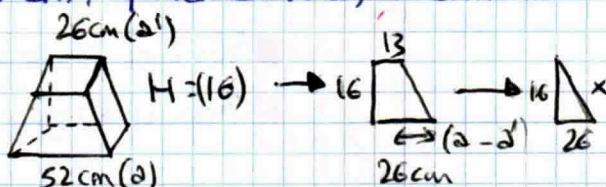
51.249. Dibuja un cono recto en el que el radio de la base mida 4 cm, y la altura, 10 cm. Calcula su generatriz.

27



$$\begin{aligned} h^2 &= a^2 + b^2; h^2 = 4^2 + 10^2 = 16 + 100 = 116; \\ h &= \sqrt{116} = 10'78 \text{ cm} = 10'8 \text{ cm} \end{aligned}$$

52.249. Dibuja un tronco de pirámide recta cuadrangular en el que la arista de la base mayor mida 52 cm; la arista de la base menor, 26 cm, y la altura, 16 cm. Halla su apotema.



$$\begin{aligned} h^2 &= a^2 + b^2 = X^2 = 13^2 + 16^2 = \\ 169 + 256 &= 425; X = \sqrt{425} = 20'6 \text{ cm} \end{aligned}$$

54.249. Dibuja un tronco de cono recto en el que el radio de la base mayor mide 7 m; el de la base menor, 4 m, y la altura, 10 m. Halla su generatriz.

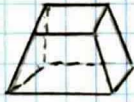
$$G^2 = H^2 + (R - r)^2$$

$$G^2 = 10^2 + (7 - 4)^2$$

$$G^2 = 100 + (3)^2$$

$$G^2 = 100 + 9; G^2 = 109; G = \sqrt{109} = 10'44 \text{ m.}$$

53.249. Dibuja el desarrollo plano de un tronco de pirámide cuadrangular recta. Describe el desarrollo.



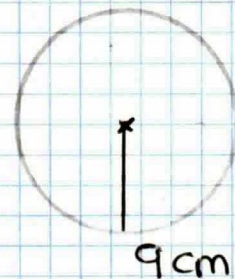
EJERCICIOS FOTOCOPIA:

1. The radius of a circumference is 9 cm, calculate the length and the area.

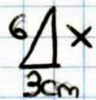
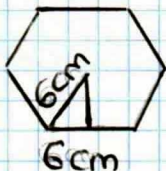
$$L = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3'14 \cdot 9 = 56'52 \text{ cm}$$

$$S = \pi \cdot r^2 = 3'14 \cdot 9^2 = 254'34 \text{ cm}^2$$



2. Calculate the apothem of a regular hexagon whose radius is 6 cm.



$$6^2 = x^2 + 3^2$$

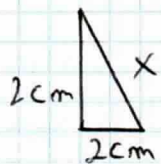
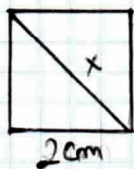
$$36 = x^2 + 9$$

$$36 - 9 = x^2$$

$$27 = x^2$$

$$x = \sqrt{27} = 5'20 \text{ cm}$$

3. A square has a side of 2 cm. Draw the square and find the length of the diagonal and the surface.



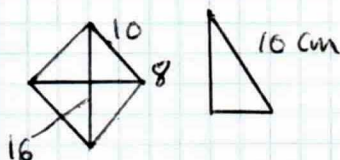
$$x^2 = 2^2 + 2^2$$

$$x^2 = 4 + 4$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \sqrt{8} = 2.83$$

4. The side of a rhombus is 10 cm and one of the diagonals is 16 cm. Calculate the other diagonal and the area



$$a) 10^2 = x^2 + 8^2$$

$$100 = x^2 + 64$$

$$100 - 64 = x^2$$

$$36 = x^2$$

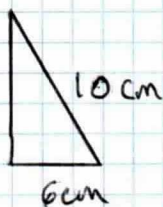
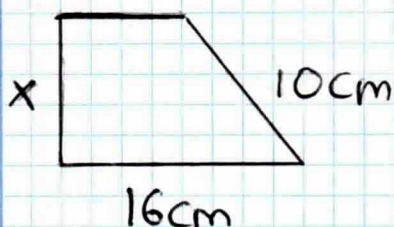
$$x = \sqrt{36} = 6$$

$$6 \times 12 \text{ cm}$$

12 cm mide la otra diagonal.

$$b) S = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96 \text{ cm}^2$$

5. You see a right trapezium in the figure beside. Calculate the height by using the data from the picture. Calculate the perimeter and the area.



$$a) 10^2 = x^2 + 6^2$$

$$100 = x^2 + 36$$

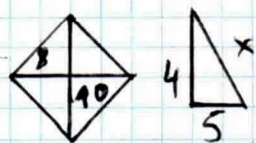
$$100 - 36 = x^2$$

$$64 = x^2, x = \sqrt{64} = 8 \text{ cm.}$$

$$\text{Perimetro: } 8 + 10 + 16 + 10 = 44 \text{ cm}$$

$$\text{Area: } \left(\frac{B+b}{2} \right) \cdot a = \frac{16+10}{2} \cdot 8 = 13 \cdot 8 = 104 \text{ cm}^2$$

6. Find the perimeter and the area of a rhombus with two diagonals measuring 8 m and 10 m.



$$x^2 = 4^2 + 5^2$$

$$x^2 = 16 + 25$$

$$x^2 = 41$$

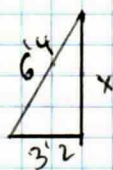
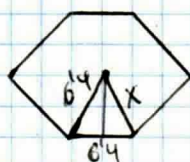
$$x = \sqrt{41} = 6.4 \text{ cm}$$

$$a) P = 4 \cdot 6.4 = 25.6 \text{ cm}$$

$$b) a = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$A = \frac{8 \cdot 10}{2} = \frac{80}{2} = 40 \text{ m}^2$$

7. Calculate the perimeter and the area of a regular hexagon with a radius of 6'4 m.



$$h^2 = a^2 + b^2$$

$$6'4^2 = x^2 + 3'2^2$$

$$40'96 = x^2 + 10'24$$

$$40'96 - 10'24 = x^2$$

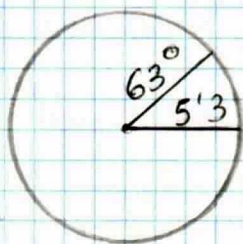
$$x^2 = 30'72, x = \sqrt{30'72} = 5'54 \text{ cm}$$

$$a) \text{ Perimetro: } 6 \cdot 6'4 = 38'4$$

$$b) \text{ Area: } \frac{P \cdot a}{2} = \frac{38'4 \cdot 5'54}{2} =$$

$$= \frac{212}{2} = 106'36$$

8. Calculate the length of an arc of circumference whose radius is 5'3 m and its angle is 63° in amplitude.

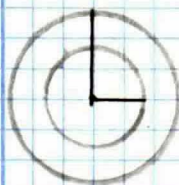


$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{360} \cdot n^\circ$$

$$L = \frac{2 \cdot 3'14 \cdot 5'3}{360} \cdot n^\circ$$

$$L = \frac{33'284}{360} \cdot 63^\circ, L = 0'092 \cdot 63^\circ = 5'82$$

9. Calculate the area of an annulus whose radius are 3'4 cm and 5'2 cm.



$$A = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = 3'14 \cdot 5'2^2 - 3'14 \cdot 3'4^2 =$$

$$= 3'14 \cdot 27'04 - 3'14 \cdot 11'56 = 84'90 - 36'29 = 48'61 \text{ cm}^2$$

10. The wheel of a bicycle is 75 cm in diameter. How many turns does it take to go 1 km?

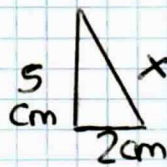
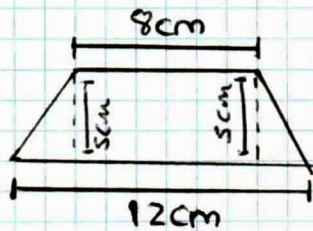
Diametro: 75 cm

Radio: 37'5

Longitud: 235'5 cm

12.. In an isosceles trapezium the bases are $b = 8\text{ m}$ and $B = 12\text{ m}$. The height is $a = 5\text{ m}$.

- Calculate the length of the other sides.
- Calculate the perimeter
- Find the surface



$$x^2 = 5^2 + 2^2$$

$$x^2 = 25 + 4$$

$$x^2 = 29; x = \sqrt{29} = 5.38$$

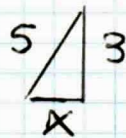
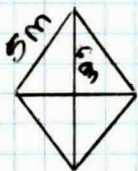
$$P = 12 + 8 + 5.38 \times 2 = 30.76$$

$$A = \frac{B+b}{2} \cdot a = \frac{12+8}{2} \cdot 5 = \frac{20}{2} \cdot 5 = \frac{100}{2} = \underline{50}$$

13.. The radius of the circle is 5m. Find the shaded area.

Esta corregido en la página 9, al final.

14.. The side of a rhombus is 5 m and one of the diagonals is 6 m. Find the area.



$$3^2 = x^2 + 5^2$$

$$9 = x^2 + 25$$

$$25 - 9 = x^2$$

$$16 = x^2; x = \sqrt{16} = 4\text{ cm}$$

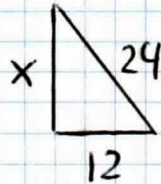
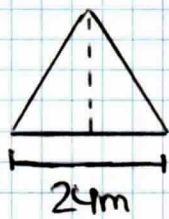
$$4 \times 2 = 8\text{ cm}$$

8cm mide la otra diagonal

$$S = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = \frac{48}{2} = \underline{\underline{24\text{ cm}^2}}$$

15.. Find the area of an equilateral triangle 24m side.

B



$$24^2 = 12^2 + x^2$$

$$576 = 144 + x^2$$

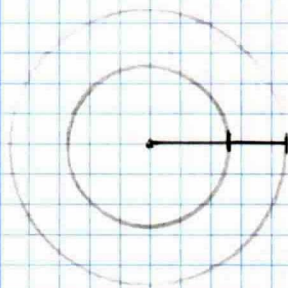
$$576 - 144 = x^2$$

$$432 = x^2; x = \sqrt{432} = 20'78 \text{ m}$$

$$S = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{24 \cdot 20'78}{2} = \frac{499'2}{2} = 249'6 \text{ cm}^2$$

16.. Calculate the shaded area in the figure, knowing that the radius of the greatest circumference is 9 m and the lowest is 6 cm.

B

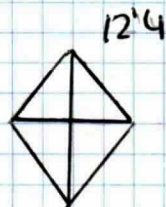


$$\Delta = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = 3'14 \cdot 9^2 - 3'14 \cdot 6^2 = 3'14 \cdot 61$$

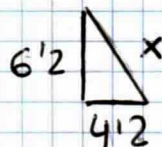
$$3'14 \cdot 36 = 254'46 - 113'09 = 141'37 \text{ m}^2$$

17.. The diagonals of a rhombus are 12'4 cm and 8'4 cm respectively. Find the perimeter and the surface.

B



8'4 cm



$$x^2 = 6'2^2 + 4'2^2$$

$$x^2 = 38'44 + 17'64$$

$$x^2 = 56'08 : x = \sqrt{56'08} = 7'48 = 7'5$$

$$P = 7'5 \cdot 4 = 30 \text{ cm}$$

$$S = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{12'4 \cdot 8'4}{2} = 52'08 \text{ cm}^2$$

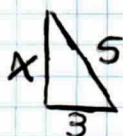
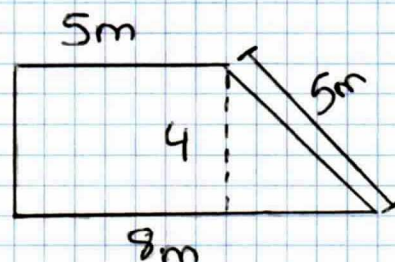
18.. In a rectangle trapezium the bases are 5m and 8m, the not straight side is $\ell = 5\text{m}$.

B

a) Calculate the height

b) Find the perimeter

c) Calculate the area.



$$5^2 = 3^2 + x^2$$

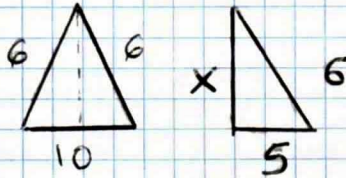
$$25 = 9 + x^2$$

$$25 - 9 = x^2; 16 = x^2; x = \sqrt{16} = 4 \text{ m}$$

$$P = 5 + 5 + 8 + 4 = 22 \text{ cm}$$

$$\Delta = \frac{B+b}{2} \cdot a = \frac{8+5}{2} \cdot 4 = \frac{13}{2} \cdot 4 = \frac{52}{2} = \underline{\underline{26}} \text{ cm}^2$$

19. Find the area of an isosceles triangle whose equal sides are 6 m and the base is 10 m.



$$6^2 = 5^2 + x^2$$

$$36 = 25 + x^2$$

$$36 - 25 = x^2$$

$$11 = x^2, \quad x = \sqrt{11} = 3.32 \text{ m}$$

$$\Delta = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 3.32}{2} = \frac{33.2}{2} = 16.58 = 16.6 \text{ m}^2$$

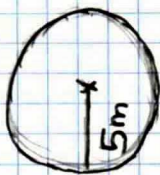
11. Calculate the area of the right figure.

$$\text{Cuadrado} = l \cdot l = 2.6 \cdot 2.6 = 6.76 \text{ cm}^2$$

$$\text{Sector} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360} = \frac{3.14 \cdot 1.3^2 \cdot 180}{360} = \frac{955.19}{360} = 2.65 \text{ cm}^2$$

$$\Delta \text{ Total} : 6.76 + 2.65 = 9.41 \text{ cm}^2$$

13. The radius of the circle is 5 m. Find the shaded area.



$$x^2 = 25 + 25$$

$$x^2 = 50 ; \quad x = \sqrt{50} = x = 7.07$$

$$7.07 \cdot 7.07 = 49.98 \text{ cm}$$

$$S = \pi \cdot 5^2 = 3.14 \cdot 25 = 78.5 \text{ cm}^2$$

$$78.5 - 49.98 = 28.52 \text{ m}^2$$